

Bài 8. RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI - LUYỆN TẬP

I. NHẮC LẠI MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP BIẾN ĐỔI THƯỜNG GẶP

1. Đặt nhân tử chung:

Ví dụ:

$$a) 3 - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}(\sqrt{3} - 2) ; \quad b) \sqrt{15} - \sqrt{12} = \sqrt{3}(\sqrt{5} - 2); \quad c) 5\sqrt{2} + 2\sqrt{5} = \sqrt{10}(\sqrt{5} + \sqrt{2})$$

$$\begin{aligned} d) & \frac{\sqrt{15} - \sqrt{12}}{\sqrt{5} - 2} - \frac{3 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{5} - 2)}{\sqrt{5} - 2} - \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} + 2)}{\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{3} - \sqrt{3} - 2 \\ &= -2 \end{aligned}$$

2. Dùng hằng đẳng thức:

Ví dụ:

$$\begin{aligned} a) & (\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2}) = 5 - 2 = 3 ; \quad b) (\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2) = 3 - 4 = -1 \\ c) & 2\sqrt{2} - 1 = (\sqrt{2})^3 - 1^3 = (\sqrt{2} - 1)(2 + \sqrt{2} + 1) = (\sqrt{2} - 1)(3 + \sqrt{2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) & \sqrt{35 - 8\sqrt{6}} - \sqrt{21 - 6\sqrt{6}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{32} - \sqrt{3})^2} - \sqrt{(\sqrt{18} - \sqrt{3})^2} \\ &= 4\sqrt{2} - \sqrt{3} - 3\sqrt{2} + \sqrt{3} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

3. Trục căn thức ở mẫu:

Ví dụ: (nhân lượng liên hợp)

$$\begin{aligned} a) & \frac{4}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} \\ &= \frac{4(\sqrt{7} - \sqrt{5})}{(\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5})} \\ &= \frac{4(\sqrt{7} - \sqrt{5})}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2} \\ &= \frac{4(\sqrt{7} - \sqrt{5})}{2} \\ &= 2(\sqrt{7} - \sqrt{5}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) & \frac{5}{5 - 2\sqrt{3}} \\ &= \frac{5(5 + 2\sqrt{3})}{(5 - 2\sqrt{3})(5 + 2\sqrt{3})} \\ &= \frac{5(5 + 2\sqrt{3})}{13} \end{aligned}$$

Phối hợp các phương pháp:

$$\begin{aligned} \text{c) } & \frac{2\sqrt{2}-1}{3+\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{2}-1} \\ &= \frac{(2\sqrt{2}-1)(3-\sqrt{2})}{7} - \frac{\sqrt{2}(3-\sqrt{2})}{\sqrt{2}} - \frac{2(\sqrt{2}+1)}{1} \\ &= \frac{6\sqrt{2}-4-3+\sqrt{2}}{7} - (3-\sqrt{2}) - 2(\sqrt{2}+1) \\ &= \frac{7\sqrt{2}-7}{7} - 3+\sqrt{2}-2\sqrt{2}-2 \\ &= \frac{7(\sqrt{2}-1)}{7} - 3+\sqrt{2}-2\sqrt{2}-2 \\ &= \sqrt{2}-1-3+\sqrt{2}-2\sqrt{2}-2 \\ &= -6 \end{aligned}$$

II. ỨNG DỤNG

Bài 1. Thực hiện phép tính:

a) $3\sqrt{2} - \sqrt{8} + \sqrt{50} - 4\sqrt{32}$

c) $\sqrt{8+2\sqrt{15}} - \sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{5})^2}$

e) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + \sqrt{9+4\sqrt{5}} - \sqrt{5}$

g) $\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{9-4\sqrt{2}}$

i) $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} - 3\sqrt{12} + \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}} + 1$

k) $(5+2\sqrt{3})\sqrt{37-20\sqrt{3}}$

m) $\frac{7\sqrt{3}-3\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} + \frac{4}{5-\sqrt{21}} - \frac{6\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$

o) $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{20}}{\sqrt{3}-2} - \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}$

q) $\frac{8\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} - \frac{3\sqrt{5}-5}{\sqrt{5}} - \frac{2\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-2}$

s) $\frac{3\sqrt{3}-1}{4+\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{3}-1}$

u) $\frac{10}{\sqrt{5}} + \frac{8}{3+\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{15}-2\sqrt{5}}{\sqrt{3}-2}$

b) $2\sqrt{48} - 3\sqrt{45} + 5\sqrt{57} - 5\sqrt{20}$

d) $\sqrt{14-6\sqrt{5}} - \sqrt{29-12\sqrt{5}}$

f) $\sqrt{(2-\sqrt{2})^2} + \sqrt{11+6\sqrt{2}}$

h) $\sqrt{(3-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{21+12\sqrt{3}}$

j) $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{5}+2}$

l) $\frac{3}{\sqrt{5}-2} + \frac{3}{\sqrt{5}+2} - \frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$

n) $\sqrt{14-6\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5}+2}$

p) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{3}-1} - \frac{3-\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{5}$

r) $\frac{2\sqrt{15}-\sqrt{5}}{2\sqrt{3}-1} - \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \sqrt{12+6\sqrt{3}}$

t) $\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} + \frac{10}{1-\sqrt{6}} + \sqrt{7-2\sqrt{6}}$

CÁC DẠNG PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN:

$$1) \sqrt{A} = B \hat{U} \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$$

$$2) |A| = B \hat{U} \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B \text{ hay } A = -B \end{cases}$$

$$2) \sqrt{A} = \sqrt{B} \hat{U} \begin{cases} A \geq 0 \\ A = B \end{cases} \quad (\text{hay } B \geq 0)$$

Ví dụ:

$$a) \sqrt{x^2 - 6x + 9} - 1 = 2x$$

$$\hat{U} \sqrt{(x-3)^2} = 2x+1$$

$$\hat{U} |x-3| = 2x+1 \quad \begin{matrix} \text{ĐK: } 2x+1 \geq 0 \\ \text{e} \end{matrix} \hat{U} x \geq \frac{-1}{2}$$

$$\hat{U} x-3 = 2x+1 \text{ hay } x-3 = -2x-1$$

$$\hat{U} x = -4 \text{ hay } x = \frac{2}{3} \text{ (nhận)}$$

$$b) \sqrt{2x-1} + \sqrt{18x-9} = 6\sqrt{\frac{2x-1}{9}} + 4$$

$$\hat{U} \sqrt{2x-1} + \sqrt{9(2x-1)} = 6\sqrt{\frac{2x-1}{9}} + 4$$

$$\text{Điều kiện: } 2x-1 \geq 0 \hat{U} x \geq \frac{1}{2}$$

Phương trình trở thành:

$$\sqrt{2x-1} + 3\sqrt{2x-1} = 2\sqrt{2x-1} + 4$$

$$\hat{U} \sqrt{2x-1} = 2$$

$$\hat{U} 2x-1 = 4$$

$$\hat{U} x = \frac{5}{2} \text{ (nhận)}$$

$$\text{Vậy tập nghiệm } S = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$$

Bài 2. Giải phương trình:

a) $\sqrt{4x^2 - 12x + 9} = x - 1$

b) $\sqrt{x^2 + 4x + 4} = 2x - 1$

c) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 1 - 2x$

d) $\sqrt{9x^2 - 12x + 4} - 5 = x$

e) $\sqrt{16x^2 - 8x + 1} - 2x = 3$

f) $\sqrt{x-5} + \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} - \frac{1}{5}\sqrt{25x-125}$

g) $\sqrt{8x-4} - 12\sqrt{\frac{2x-1}{9}} + \sqrt{18x-9} = 3$

h) $10\sqrt{\frac{2-x}{25}} + 2\sqrt{4(2-x)} = \sqrt{32-16x} + 6$

i) $\sqrt{16x-48} - 6\sqrt{\frac{x-3}{4}} + \sqrt{4x-12} = 5$

ĐỀ ÔN TẬP**Bài 1. Tính:**

a) $3\sqrt{48} - 10\sqrt{\frac{9}{5}} - 2\sqrt{147} + \sqrt{180}$

b) $\sqrt{23-6\sqrt{10}} - \sqrt{38+12\sqrt{10}}$

c) $\frac{2\sqrt{2}+1}{3-\sqrt{2}} - \frac{5\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}} - \frac{14}{3+\sqrt{2}}$

Bài 2. Giải các phương trình sau: $\sqrt{x^2+6x+9} - 1 = 2x$ **Bài 5.** Cho ΔABC vuông tại A có đường cao AH (H $\in$ BC).

a) Cho AB = 15cm, BC = 25cm. Tính AC, AH, HB, HC.

b) Chứng minh $BH \cdot BC = AH^2 + BH^2$

c) Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC.

Chứng minh $AE \cdot AB = AF \cdot AC = HB \cdot HC$.d) Chứng minh $BE \cdot BA + CF \cdot CA + 2HB \cdot HC = BC^2$.e) Chứng minh $EA \cdot EB + FA \cdot FC = AH^2$.